В. Л. Нестеров, В. И. Радченко

УПРАВЛЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТЬЮ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ВУЗА

•

V. L. Nesterov, V. I. Radchenko

Stability management of higher school functioning

Ensuring steady functioning of the higher school system in the presence of destabilizing external influences is an actual issue of university management. In the following article it is stated the variant of a mathematical device for analysis stability of functioning complex organizational systems. The authors examined two factors of higher school work instability related to the factors of teaching and educational type for which there were made practical calculations and given corresponding results.

Система высшего образования готовит специалистов, которые решают задачи, определяющие темпы развития общества и уровень его благосостояния. Роль кадров с высшим образованием в деле обеспечения интеллектуального потенциала и экономического роста общества стремительно увеличивается. Поэтому сохранение устойчивости вузовской системы при наличии дестабилизирующих внешних воздействий является актуальной задачей как для каждого вуза в отдельности, так и для системы высшего образования в целом.

Вузовская система должна анализироваться по следующим основным видам устойчивости:

- учебно-организационная устойчивость,
- экономическая устойчивость,
- социальная устойчивость.

Цель этого анализа состоит в разработке таких управляющих действий, которые оптимальным образом обеспечат устойчивую и эффективную работу вузовской системы.

Показатели функционирования, критерии эффективности и устойчивости работы вузов, методики выбора оптимальных решений должны быть представлены в строгой математической форме, а сбор необходимых для соответствующих расчетов данных — по возможности автоматизирован. Это позволило бы создать легко адаптируемые к особенностям различных вузов информационно-компьютерные технологии поддержки принятия своевременных управленческих решений, обеспечивающих максимальную эффективность этих решений и максимальную устойчивость вуза в изменяющихся внешних и внутренних условиях работы (в том числе — в различных режимах финансирования). Развитие этих технологий и соответствующей теоретической базы приведут не только к уменьшению субъективизма принимаемых решений, но со временем — к исключению человека из процесса принятия решений.

Данное научное направление строится на фундаменте классического системного анализа (см., напр., [1, 2]). В последнее время все чаще появляются публикации, посвященные разработке показателей функционирования вузов, которые могут использоваться для принятия управленческих решений, оценки качества образования, оценки устойчивости вузов и т. д. [3–5].

В работе [5] предложена методика определения экономической устойчивости вуза, позволяющая оценивать показатель конкурентоспособности вуза, показатель финансовой устойчивости вуза, минимальное количество студентов-контрактников в вузе и некоторые другие величины.

В настоящей статье:

• изложен один из возможных вариантов математического аппарата, который может служить основой для анализа устойчивости функционирования сложных организационных систем [1],

• с помощью изложенного математического аппарата рассмотрены два фактора неустойчивости работы вуза (относящиеся к факторам учебно-организационного типа),

• приведены результаты практических расчетов указанных выше факторов и их граничных значений, разделяющих области устойчивого и неустойчивого функционирования системы.

1. Концепция устойчивости активных систем

Пусть $[t_o, t_c]$ есть некоторый характерный промежуток времени, в течение которого система (по условиям ее работы) должна сохранить работоспособность с вероятностью не ниже заданной вероятности $1 - P_b$, где $P_b = P_b(t_o, t_c)$ — максимально допустимое по величине (граничное) значение вероятности потери системой работоспособности в течение промежутка времени $[t_o, t_c]$. Граничное значение вероятности P_b определяется, исходя из требований к надежности функционирования системы в тех или иных условиях.

Внешние условия, в которых функционирует система, обычно оказывают существенное влияние на состояние данной системы и его динамику. О воздействии внешних условий на систему (в том числе – об управляющих воздействиях) и взаимодействии системы с другими системами говорят как о состоянии системы в окружающей среде.

В число внутренних условий работы системы наряду с прочими условиями входят внутренние управляющие воздействия и внутренние факторы неустойчивости. Внешние и внутренние управляющие воздействия (управления) являются особой группой условий работы системы и могут быть факторами неустойчивости. Внешнее управление, как комплекс распределенных во времени управляющих воздействий, может быть представлено в виде вектора $\vec{U}(t)$. Внутреннее управление обозначим через $\vec{u}(t)$.

Внутренние управляющие воздействия системы — это управление, осуществляемое управляющими органами данной системы и направленное на внутренние элементы этой системы. Внутреннее управление является функцией внешних управляющих воздействий, которые осуществлялись на протяжении некоторого периода времени, предшествующего текущему моменту времени t, то есть при $\tau \le t$, что запишем в виде $\vec{u} = \vec{u}(t, \vec{U}(\tau \le t))$ или просто как $\vec{u} = \vec{u}(t, \vec{U})$. Внешнее управление может оказывать непосредственное влияние на внутренние параметры и условия работы системы, минуя ее управляющие элементы.

Величины, изменение которых оказывает существенное влияние на функционирование системы, образуют формальное математическое пространство, называемое пространством состояний данной системы.

Давая ниже определения устойчивых, неустойчивых, опасных и рабочих состояний, будем предполагать, что неизменными остаются:

• внешнее и внутреннее управление ($\vec{U}(t) = const$ и $\vec{u}(t) = const$),

• внешние и внутренние условия работы системы.

К устойчивым состояниям системы относятся такие состояния, в которых отсутствуют причины трансформации данного состояния в другое состояние.

Неустойчивым будем называть такое состояние (режим работы) системы, из которого система с течением времени может спонтанно перейти в любое другое состояние системы. Другими словами, отличительной чертой неустойчивых состояний является свойство их самопроизвольной трансформации в другие состояния.

Областью (множеством) опасных состояний системы (опасных режимов работы) будем считать такую область состояний, находясь в которой система утратит свою работоспособность за промежуток времени $[t_o, t_c]$ с вероятностью $P(t_o, t_c) > P_b$.

Вне области опасных состояний находится область благоприятных (рабочих) состояний системы, в которой выполняется неравенство $P(t_o, t_c) \le P_b$.

Устойчивые и неустойчивые состояния могут принадлежать как области опасных, так и области благоприятных состояний системы.

Система, находящаяся в устойчивом рабочем состоянии, должна сохранять работоспособность в течение некоторого характерного промежутка времени (например, для технических систем – это срок годности, гарантийный срок работы и т. п.). Системе могут быть назначены несколько характерных промежутков времени сохранения работоспособности.

Опасные и неустойчивые состояния систем могут быть классифицированы по степени и характеру опасности и неустойчивости, по отклику на управляющее воздействие и другим признакам.

Область устойчивых рабочих состояний, ее границы зависят от величины вероятности $P_b(t_o, t_c)$ потери работоспособности системы в течение назначенного характерного промежутка времени $[t_o, t_c]$. Следовательно, нескольким характерным промежуткам времени при соответствующих им вероятностях сохранения работоспособности системы отвечает несколько областей устойчивости рабочих состояний.

При анализе системы на устойчивость необходимо на первом этапе выделить из общего числа внешних и внутренних условий и параметров работы системы те, которые следует отнести к факторам неустойчивости. В сложных системах факторы неустойчивости дестабилизируют ее работу, как правило, не сами по себе, а оказывая соответствующее влияние на тот или иной параметр работы системы, который непосредственно и вызывает ее неустойчивость. Такие параметры будем называть критическими параметрами. Например, низкая заработная плата трудящихся может привести к уменьшению численного состава организации, что и вызовет неустойчивость ее работы; здесь заработная плата есть фактор неустойчивости, а численный состав организации – критический параметр.

Критические параметры представляют собой «непосредственные» факторы неустойчивости. Некоторые факторы неустойчивости могут быть критическими параметрами. В дальнейшем будем всегда выделять критические параметры из общего числа факторов неустойчивости, и рассматривать их порознь.

Обратим внимание на то, что

- функциональные показатели и критические параметры работы системы могут между собой совпадать, не совпадать или совпадать частично; функциональные показатели работы данной системы могут играть роль критических параметров или факторов неустойчивости по отношению к внешней макросистеме, соседним системам или внутренним подсистемам;
- потеря работоспособности системы из-за того или иного изменения критических параметров носит вероятностный характер.

Опасными для поддержания работоспособности системы являются не только те или иные фиксированные величины критических параметров и функциональных показателей работы системы сами по себе, но и динамика их изменения. Речь идет об опасных режимах работы системы. Вместе с тем активные системы обладают свойством с течением времени в той или иной мере адаптироваться к опасным режимам работы и к действию негативных факторов.

По этой причине, например, сокращение преподавательского состава вуза на 25 % в течение 3 лет может пройти безболезненно, тогда как сокращение числа преподавателей на те же 25 % в течение одного месяца может иметь катастрофические последствия с точки зрения качества подготовки специалистов соответствующего года выпуска.

Будем обозначать численные значения критических параметров через P_i, где $i = 1, 2, ..., l$, l — число рассматриваемых критических параметров. Критические параметры могут зависеть от времени, других критических параметров, факторов неустойчивости, функциональных показателей и условий работы системы, а также от внутренних и внешних управляющих воздействий.

Параметры и условия работы системы наряду с факторами неустойчивости, функциональными показателями и управлениями определяют пространство состояний системы и являются возможными аргументами критических параметров рассматриваемой системы.

Функциональные показатели системы зависят от управлений, критических параметров, факторов неустойчивости, прочих параметров и условий работы системы.

Факторы неустойчивости будем обозначать символом f_j, где $j = 1, 2, ..., m$, m — число рассматриваемых факторов неустойчивости. Список возможных аргументов факторов неустойчивости полностью аналогичен перечню аргументов критических параметров.

Будем использовать для полных наборов критических параметров p_i и факторов неустойчивости f_j векторные обозначения $\vec{p} = (p_1, ..., p_l)$ и $\vec{f} = (f_1, ..., f_m)$. Критические параметры и факторы неустойчивости могут явно зависеть от времени. Внутренние условия (параметры) работы системы $\vec{s}(t)$ и параметры внешней среды $\vec{e}(t)$ в общем случае также являются вектор-функциями, зависящими от времени. Вектор $\vec{s}(t)$ может меняться под действием внутреннего и внешнего управления, а, значит, следует писать $\vec{s} = \vec{s}(t, \vec{u}, \vec{U})$.

Зависимость величин p_i и f_j от всех остальных критических параметров и факторов неустойчивости будем обозначать штрихом у соответствующего вектора в списке аргументов: $p_i = p_i(t, \vec{p}, \vec{f}, \vec{u}, \vec{U}, \vec{s}, \vec{e})$, $f_j = f_j(t, \vec{p}, \vec{f}, \vec{u}, \vec{U}, \vec{s}, \vec{e})$. Это означает, что вместо подробной записи, например, аргументов i-го критического параметра в виде $p_i(t, p_1, ..., p_{i-1}, p_{i+1}, ..., p_l, \vec{f}, \vec{u}, \vec{U}, \vec{s}, \vec{e})$ мы будем кратко писать $p_i(t, \vec{p}\,', \vec{f}, \vec{u}, \vec{U}, \vec{s}, \vec{e})$. При отсутствии необходимости в указании полного списка аргументов будем использовать сокращенную запись, например, вида $\vec{p} = \vec{p}(t, \vec{u}, \vec{s}, \vec{e})$, $\vec{f} = \vec{f}(t, \vec{u}, \vec{s}, \vec{e})$ либо другого вида.

Весь диапазон изменения параметра p_i может содержать несколько чередующихся зон опасных и благополучных значений. Пусть $p_{i0}(t)$ — некоторое граничное на момент времени $t \in [t_o, t_c]$ значение критического параметра p_i, отделяющее зону опасных значений от зоны благоприятных значений параметра p_i, при прочих равных условиях $(\vec{p}\,', \vec{f}, \vec{u}, \vec{U}, \vec{s}, \vec{e})$.

Зона благоприятных значений критического параметра p_i это зона, которая при прочих равных условиях включает в себя значения параметра p_i, принадлежащие области устойчивых состояний системы. Но кроме них зона благополучных значений может содержать интервал или несколько интервалов значений параметра p_i, принадлежащих множеству неустойчивых состояний системы.

Без ограничения общности будем полагать, что некоторая область, непосредственно примыкающая к граничной точке p_{i0} справа, является областью рабочих значений, а некоторая область, непосредственно примыкающая к границе p_{i0} слева, является опасной зоной значений параметра p_i в момент времени t. В зависимости от особенностей рассматриваемой системы граничная точка p_{i0} может принадлежать либо области опасных, либо области благополучных значений i-го критического параметра. Граничное значение p_{i0} i-го критического параметра может зависеть от времени, других критических параметров, факторов неустойчивости и прочих параметров системы (в том числе скрытых или неучтенных).

С формальной точки зрения, изменение любого критического параметра p_i со временем может задаваться дифференциальным уравнением первого порядка (об использовании дифференциальных уравнений первого порядка для анализа устойчивости систем см. [1]):

$$\frac{d\,p_i(t, \vec{p}\,', \vec{f}, \vec{u}, \vec{U}, \vec{s}, \vec{e})}{d\,t} = F_i(t, \vec{p}, \vec{f}, \vec{u}, \vec{U}, \vec{s}, \vec{e}), \quad (1)$$

где $F_i(t, \vec{p}, \vec{f}, \vec{u}, \vec{U}, \vec{s}, \vec{e})$ — выражение, определяющее первую полную производную по времени от функции p_i.

Очевидно, что если система в исходный момент времени находится в состоянии $p_i < p_{i0}$, то для ее перевода в рабочее состояние $p_i > p_{i0}$ необходимо, чтобы в последующие моменты времени преимущественным образом выполнялось неравенство:

$$F_i(t, \vec{p}, \vec{f}, \vec{u}, \vec{U}, \vec{s}, \vec{e}) > 0. \quad (2)$$

Если область $p_i > p_{i0}$ рабочих состояний системы не ограничена справа или же эта граница находится достаточно далеко, то выполнение неравенства (2) обеспечивает некоторый запас устойчивости системы.

Для поддержания системы в рабочем состоянии с одними и теми же параметрами p_i следует потребовать, чтобы выполнялось равенство

$$F_i(t, \vec{p}, \vec{f}, \vec{u}, \vec{U}, \vec{s}, \vec{e}) = 0, \forall_i, \quad (3)$$

что в общем случае возможно лишь при динамическом управлении $\vec{u} = \vec{u}(t)$.

Условия (2), (3) можно рассматривать, как принципы обеспечения работоспособности и устойчивости систем. Внутреннее и внешнее управление имеет ключевое значение для обеспечения условий (2), (3). Преднамеренное или ошибочное управление может привести к ситуации, в которой $F_i < 0$. Если внешние или внутренние условия работы системы сложились так, что при любом режиме управления $F_i < 0$,то говорят о системе, попавшей в форс-мажорные обстоятельства.

В общем случае системы не являются марковскими объектами, то есть состояние системы в момент времени $t + dt$ не определяется только лишь ее состоянием в предыдущий момент времени t. Состояние системы в момент времени $t + dt$ может зависеть и от управления системой $\vec{u}$, и от изменения параметров системы $\vec{s}$, и от поведения параметров среды $\vec{e}$ как на промежутке времени $[t, t + dt]$, так и на некотором временном участке, предшествующем моменту времени t. Это связано с тем, что изменение вектор-функций $\vec{u}$, $\vec{s}$ и $\vec{e}$ на определенном участке времени окажет в будущем влияние на критические параметры и факторы неустойчивости с тем или иным запаздыванием и некоторым распределением во времени.

Обобщим изложенные выше понятия и представления. Пусть $\rho\,(t, \vec{p})$ — плотность вероятности потери системой работоспособности в момент времени t. Функция ρ в явной форме от факторов неустойчивости $\vec{f}$, управления $\vec{u}(t)$ и векторов $\vec{s}(t)$, $\vec{e}(t)$ не зависит. Указанные вектор-функции оказывают влияние на функцию ρ через вектор-функцию $\vec{p}$ и через изменение границ областей неустойчивых и опасных состояний. Только лишь критические параметры способны повлиять на работоспособность системы.

Однако параметры и условия работы системы могут менять свой характер. Если это обстоятельство является существенным, то такие параметры и условия должны быть либо введены в состав вектора $\vec{p}$ либо включены в список явных аргументов функции ρ.

В списке аргументов функции ρ будем указывать сокращенный список аргументов. Если ссылаться на вектор $\vec{p}$ или аргументы функции ρ не требуется, то будем писать просто $p(t)$.

В зависимости от конкретного содержания анализируемой системы (задачи) величина $p(t)$ имеет смысл плотности вероятности потери финансовых и/или материальных средств, потери управления, потери работоспособности, отказа, катастрофы и т. п. В области абсолютно устойчивых состояний системы, если такая область имеется или за таковую принимается, $p(t) = 0$.

Величина

$$dP(t, t + dt) = \rho\,(t, \vec{p}\,) \cdot dt \tag{4}$$

представляет собой дифференциальную вероятность того, что в течение промежутка времени $[t, t + dt]$ произойдет потеря работоспособности системы (в том числе и за счет изменения векторов $\vec{p}, \vec{f}$, а, значит, — и за счет изменения величин, являющихся аргументами векторов $\vec{p}$ и $\vec{f}$).

Следовательно, вероятность потери системой работоспособности в течение некоторого промежутка времени $[t_o, t_c]$ будет равна интегралу

$$\mathrm{P}(\mathrm{t_o}, \mathrm{t_c}) = \int_{t_o}^{t_c} \rho\ (t, \vec{p}, (t, \vec{p}\,', \vec{f}, \vec{u}, \vec{U}, \vec{s}, \vec{e})) \cdot \mathrm{dt}. \tag{5}$$

Управляющие воздействия сказываются на состоянии системы, как правило, с некоторым запаздыванием, поэтому выполнение неравенства

$$P(t_o, t_c) \le P_b \tag{6}$$

для благоприятных состояний зависит от управления $\vec{u}(t)$ системой в предыдущий период времени $t < t_o$.

Вектор $\vec{u}(t)$ описывает в «пространстве» управляющих воздействий некоторую траекторию. При выборе «плохой» траектории управления неравенство (6) для некоторых систем может вообще не выполняться, а «хорошее» управление теми же системами обеспечит меньшее значение вероятности $P\ (t_o, t_c)$ и/или выполнение неравенства (6) в более широкой области параметров, чем при условии $\vec{u}(t) = \vec{u}(t_o)$.

Управление сложными системами имеет важнейшее значение для поддержания их работоспособности и устойчивости. Необходимо найти такое управление, которое обеспечивает экономическую и/или иную оптимальность функционирования системы при условии (6).

С точки зрения динамического управления (когда $\vec{u}(t) \ne \vec{u}(t_o)$) область устойчивых благополучных состояний системы на промежутке времени $[t_o, t_c]$ определим теперь как множество значений параметров и условий работы системы, при которых существует хотя бы одна такая траектория управления $\vec{u}\,(t)$ для которой выполняется неравенство (6). В данном определении термин «устойчивое состояние» меняет свое содержание. Действительно, при динамическом управлении нет смысла говорить об устойчивости как о свойстве системы сохранять свое состояние, поскольку управление как раз и может быть направлено на изменение состояния. Устойчивость понимается здесь как существование управляющих траекторий $\vec{u}(t)$, обеспечивающих выполнение неравенства (6) при прочих неизменных условиях, то есть, как способность системы сохранить работоспособность. Это более широкое определение устойчивости, чем было дано прежде. Однако его можно обобщить и на тот случай, когда учитывается, что векторы $\vec{p}(t)$, $\vec{f}(t)$, $\vec{s}(t)$, $\vec{e}(t)$ и $\vec{U}(t)$ изменяются с течением времени в определенных пределах, имеют известную или спрогнозированную зависимость от t:

состояние системы назовем динамически устойчивым состоянием на промежутке времени $[t_o, t_c]$ при заданном на этом промежутке поведении вектор-функций $\vec{p}(t)$, $\vec{f}(t)$, $\vec{s}(t)$, $\vec{e}(t)$ и $\vec{U}(t)$, если найдется такое внутреннее управление $\vec{u}(t)$, где $t \in [t_o, t_c]$, при котором будет выполнено неравенство (6).

Рассмотрим класс систем, отличительной особенностью которых является то, что

1) периоды времени, связанные с принятием и исполнением управленческих решений, малы в сравнении с характерными периодами времени изменения критических параметров, факторов неустойчивости, режимов и условий работы системы и/или заканчиваются до начала резкого изменения этих величин (в последнем случае управление упреждает известные заранее и/или прогнозируемые резкие изменения указанных величин),

2) диапазон изменения каждого критического параметра p_i является непрерывным и разбит точкой p_{i0} на две единственные зоны: зону опасных ($p_i < p_{i0}$) и зону благополучных ($p_i > p_{i0}$) значений,

3) положение точки p_{i0} и значения плотности вероятности $\rho(t, \vec{p})$ могут меняться с изменением значений указанных выше параметров, факторов, режимов и условий работы системы, а также с ходом времени,

4) если для данного состояния системы существует управление $\vec{u}(t)$, обеспечивающее выполнение неравенств (2), то среди возможных управляющих траекторий обязательно найдутся такие, для которых будут справедливы неравенства $F_i(t, \vec{p}, \vec{f}, \vec{u}, \vec{U}, \vec{s}, \vec{e}) \leq 0$ для всех i.

Будем называть такие системы простыми системами, работающими в квазистационарном режиме или для краткости — простыми квазистационарными системами. К такому режиму работы относится повседневный режим работы вузов, многих промышленных предприятий и административных учреждений.

Для квазистационарного режима работы системы, так же как и для динамического режима, значение функции $F_i(t, \vec{p}, \vec{f}, \vec{u}, \vec{U}, \vec{s}, \vec{e})$ в уравнении (1) определяется не положением вектора $\vec{u}$ в момент времени t, а, как отмечалось выше, выбором траектории управления, вообще говоря, на всем промежутке времени, предшествующем моменту времени t. Это замечание в полной мере относится и к остальным векторным аргументам функции F_i. Состояние системы и его динамика определяются в общем случае всей предысторией этой системы.

Пусть система этого класса имеет в данный момент времени $t \in [t_o, t_c]$ благополучный набор критических параметров, то есть $p_i > p_{i0}, \forall_i$, а ее состояние описывается на промежутке времени $[t_o, t_c]$ набором векторов $\vec{p}, \vec{f}, \vec{U}, \vec{s}, \vec{e}$. Внутреннее управление $\vec{u}$ играет роль варьируемого вектора, предопределяющего состояние системы в целом.

Очевидно, что достаточным условием динамической устойчивости состояния системы в любой момент времени $t \in [t_o, t_c]$ является выполнение неравенства (2) для всех значений индекса i. По существу, это условие представляет собой равносильное определение динамически устойчивого состояния простых систем в некоторый момент времени t, а также — области устойчивости простых систем. Положение границы области устойчивости простых систем на момент времени t является результатом решения уравнений (3). Множество неустойчивых состояний определяется неравенствами $F_i(t, \vec{p}, \vec{f}, \vec{u}, \vec{U}, \vec{s}, \vec{e}) < 0, \forall_i$.

Системы этого класса проще в управлении и анализе, так как для них не обязательно определять плотность $\rho(t, \vec{p})$, если известно, что система находится в зоне благополучных значений критических параметров. Достаточно установить вид уравнения (1) и воспользоваться условием (2) для выбора приемлемых управляющих решений.

2. Контингент учебного персонала

Первостепенное значение для обеспечения устойчивости учебной деятельности вуза имеет формирование управляющих решений, направленных на эффективное поддержание оптимального численного состава учебного персонала вуза. Под оптимальным численным составом учебного персонала понимаем такой его численный состав, который позволяет организовать учебный процесс у имеющегося контингента студентов всех специальностей в соответствии с учебными планами специальностей, временными нормами учебной нагрузки преподавателей и существующим лабораторным оборудованием.

Возникновение условий, предопределяющих снижение численного состава персонала по инициативе самого персонала, говорит о неустойчивости системы (даже тогда, когда численность персонала больше оптимальной, если нет внешних причин, способных остановить это снижение на уровне оптимальной численности).

Будем рассматривать вопрос об устойчивости численного состава учебного персонала с общих позиций, — не дифференцируя учебный персонал вуза по категориям (профессор, доцент, ассистент и т. п.). Обозначим суммарный численный состав учебного персонала в момент времени t через $p_1(t)$ а оптимальный численный состав — через $p_{10}(t)$ в соответствии с принятыми в предыдущем разделе обозначениями критических параметров системы.

Процессы ротации кадров обусловлены различными причинами, которые в нашем случае удобно разбить на две группы. К первой группе отнесем процессы кадровой ротации, не связанные с размером заработной платы трудящихся, ко второй группе — процессы, которые непременно зависят от величины заработной платы сотрудников организации. Тогда изменение dp_1 контингента учебного персонала за малое время dt будет определяться дифференциальным уравнением (1), которое запишем в следующем виде:

$$\frac{d\,p_1(t)}{dt} = f(t, p_1, p_{10}) + p_1(t)\cdot\xi(t)\cdot M(t, p_1, p_{10}, \xi), \quad (7)$$

где $f(t, p_1, p_{10})$ — функция, описывающая процессы кадровой ротации первой группы и административное управление этими процессами (в общем случае, функция $f(t, p_1, p_{10})$ отнюдь не пропорциональна p_1).

$\xi(t)$ — функция, которая учитывает внешние и внутренние факторы второй группы, обусловливающие процессы притока и оттока кадров и связанные с величиной их заработной платы;

$M(t, p_1, p_{10}, \xi)$ — функция, которая описывает (в создавшихся внешних и внутренних условиях работы вуза) процессы приема и увольнения учебного персонала, задаваемые существующим законодательством и управляющими решениями администрации вуза.

Итак, первое слагаемое в правой части формулы (7) ответственно за описание ротации кадров, не связанной с размером заработной платы учебного персонала вуза, второе слагаемое ответственно за процессы кадровой ротации, зависящие от величины заработной платы учебного персонала. В целом, правая часть уравнения (7) представляет собой функцию $F_1(t)$ из уравнения (1).

Кадровая ротация первой группы связана:

- с уходом сотрудников на пенсию, с переводом на новое место работы, с переездом на новое место жительства, с болезнью и т. п.,
- с приходом людей на работу в данную организацию вследствие наличия льгот, не влияющих на величину заработной платы, таких, например, как увеличенный отпуск, укороченный рабочий день и т. п.,
- с наличием по имеющейся у работников специальности вакантных мест, характеризующихся удовлетворительными с точки зрения работника условиями, такими, например, как благожелательные и деловые взаимоотношения в рабочем коллективе и т. п.,
- с близостью данной организации к месту жительства работников, наличием удобных транспортных маршрутов и т. д.

В формуле (7) изменение dp_1 за время dt при $f(t, p_1, p_{10}) = 0$ пропорционально p_1, поскольку полагаем, что в среднем внешние и внутренние условия, а также управляющие решения администрации вуза одинаково воздействуют на все категории учебного персонала.

Назовем зависимость $\xi(t)$ функцией условий, а зависимость $M(t, p_1, p_{10}, \xi)$ — функцией управления. Проанализируем возможный математический вид указанных зависимостей.

Начнем с функции условий. Основным материальным фактором, стимулирующим труд любого работника по найму и привлекающим его на работу в той или иной организации, является заработная плата. Пусть $w(t)$ — есть средняя по вузу заработная плата учебного персонала. Заработная плата лишь тогда стимулирует трудовую деятельность человека, когда она обеспечивает ему и членам его семьи необходимые условия существования, которые принято относить к средней (индивидуальной) стоимости жизни населения. Обозначим среднюю стоимость жизни населения через $b(t)$ среднее по учебному персоналу вуза число детей и лиц, находящихся на иждивении одного работника, — через $d(t)$. Тогда число лиц, на которых работник тратит свою заработную плату, включая его самого, равно $d + 1$.

Более высокая заработная плата в другой организации порождает тенденцию к переходу сотрудников на новое место работы при условии появления там вакантных высокооплачиваемых рабочих мест. Пусть $w_0(t)$ – средняя заработная плата в момент времени t в других организациях региона, в котором расположен рассматриваемый вуз.

Для функции условий с учетом введенных выше обозначений предложим следующее выражение:

$$\xi = v_1 \cdot \left(\frac{w}{b(d+1)} - 1 \right) + v_2 \cdot \left(\frac{w}{w_0} - 1 \right), \quad (8)$$

где v_1 и v_2 — положительно определенные весовые коэффициенты, величина которых задает степень влияния на функцию (8) разностей, при которых указанные коэффициенты находятся. Наличие вакантных рабочих мест в других организациях учитывается коэффициентом v_2.

Коэффициенты v_1, v_2 учитывают социально-экономические условия и особенности рынка труда в данном регионе и в стране в целом, и в общем случае могут зависеть от времени t и величин p_1, w, w_0, b, d.

Первое слагаемое функции (8) отражает способность работника данного вуза обеспечивать семью на общепринятом уровне достатка, а второе слагаемое — тенденцию к переходу в другую организацию. Построение формулы (8) очевидным образом описывает взаимосвязь и влияние на функцию условий $\xi\ (t)$ заработной платы и других факторов. Если, например, параметры, входящие в формулу (8), таковы, что $\xi < 0$, то в этих условиях будет наблюдаться отток кадров из организации, и это свидетельствует о неустойчивости вуза относительно перехода кадров на новое место работы.

В формуле (8) могут быть учтены другие факторы и процессы, влияющие на кадровую ротацию, а сама формула может быть соответствующим образом видоизменена.

Обратимся теперь к функции управления $M\,(t, p_1, p_{10}, \xi)$. Аналитический вид функции управления будет зависеть от знака и величины функции условий ξ, соотношения между величинами p_1, p_{10} и, в общем случае, может быть представлен следующим образом:

$$M\,(t, p_1, p_{10}, \xi) = \begin{cases} M_1(t, p_1, p_{10}, \xi), & \text{при } \xi \le 0,\ p_1 \le p_{10}; \\ M_2(t, p_1, p_{10}, \xi), & \text{при } \xi \le 0,\ p_1 \ge p_{10}; \\ M_3(t, p_1, p_{10}, \xi), & \text{при } \xi \ge 0,\ p_1 \le p_{10}; \\ M_4(t, p_1, p_{10}, \xi), & \text{при } \xi \ge 0,\ p_1 \ge p_{10}, \end{cases} \quad (9)$$

где функции M_i при $p_1 = p_{10}$ удовлетворяют условиям «сшивания»

$$M_{i\text{-}1}\,(t, p_1, p_{10}, \xi) = M_i\,(t, p_1, p_{10}, \xi). \quad (10)$$

Функции M_i отражают в первую очередь юридические нормы административного управления процессами приема и увольнения кадров. Функции M_1 и M_2 соответствуют случаю преобладающего оттока, а функции M_3 и M_4 — случаю преобладающего притока кадров.

Если пренебречь относительно малым периодом времени, который сотрудник обязан отработать по требованию администрации с момента подачи заявления об увольнении, и считать, что все заявления о приеме или увольнении немедленно удовлетворяются (все это означает отсутствие явной зависимости функций M_i от своих аргументов и соответствует квазистационарному режиму работы системы), то для функций M_i получим тривиальное определение:

$$M_1 = M_2 = M_3 = 1, \quad M_4 = \varepsilon(t), \quad (11)$$

в котором при определении функции M_4 предполагается, что администрация стремится поддерживать численный состав организации постоянным, близким к оптимальному значению, а величина ε определяется из условия (выписываем только аргумент t):

$$F_1(t) = f(t) + p_1 \cdot \xi \cdot M(t) = 0, \quad (12)$$

в котором $p_1(t) = const$. Если в среднем $f\,(t, p_1, p_{10}) = 0$, то и $\varepsilon = 0$.

Заметим, что функция $M(t, p_1, p_{10}, \xi)$ определена как безразмерная величина, поэтому функция $\xi\ (t)$, а вместе с ней и коэффициенты v_1, v_2 должны иметь размерность обратную времени, то есть $[\xi] = [t]^{-1}$. Функция $\xi\ (t)$ при $f\,(t, p_1, p_{10}) = 0$ имеет смысл скорости изменения относительной численности кадрового состава организации в отсутствие административного управления (то есть при $M = 1$). Если $M = 1$, $f\,(t, p_1, p_{10}) = 0$ и процесс кадровой ротации рассматривается как случайный, то функция $\xi\ (t)$

приобретает смысл вероятности изменения численного состава организации в единицу времени.

Рассмотрим систему, работающую в квазистационарном режиме. Области устойчивого и неустойчивого кадрового состояния системы определяются соответственно неравенствами:

$$F_1 > 0 \text{ и } F_1 < 0. \tag{13}$$

Граница области устойчивости задается условием (12), с помощью которого найдем минимальное значение средней заработной платы, обеспечивающее устойчивую работу организации:

$$w_{\min}(t) = \frac{v_1 + v_2 - \dfrac{f(t)}{p_1(t)\cdot M(t)}}{\dfrac{v_1}{b(d+1)} + \dfrac{v_2}{w_0(t)}}. \tag{14}$$

При постоянных v_1, v_2 и наличии оттока кадров по причинам первой группы ($f < 0$) следует поддерживать более высокую среднюю заработную плату, чем при $f = 0$, и тем более, – чем при $f > 0$; причем с ростом f величина $w_{\min}$ снижается. С изменением условий на рынке труда значения коэффициентов v_1, v_2 также изменятся.

Оценим теперь величину функции $f(t, p_1, p_{10})$ и параметры v_1, v_2 из выражения (8), а затем дадим оценку минимального значения средней заработной платы $w_{\min}$ по формуле (14). Расчеты выполним по соответствующим статистическим данным Уральского государственного университета путей сообщения (УрГУПС) за один 2002–2003 учебный год, поэтому далее зависимость указанных выше величин от времени (и других аргументов) не выписываем.

Один из методов оценки величин f, v_1, v_2 заключается в следующем. Придадим формуле (7) вид суммы:

$$\frac{d\,p_1}{d\,t} = \frac{d\,p_{1f}}{d\,t} + \frac{d\,p_{11}}{d\,t} + \frac{d\,p_{12}}{d\,t}, \tag{15}$$

где

$$\frac{d\,p_{1f}}{d\,t} = f = r\cdot p_1, \tag{16}$$

$$\frac{d\,p_{11}}{d\,t} = v_1\cdot M\cdot p_1\cdot\left(\frac{w}{b\cdot(d+1)} - 1\right), \tag{17}$$

$$\frac{d\,p_{12}}{d\,t} = v_2\cdot M\cdot p_1\cdot\left(\frac{w}{w_0} - 1\right). \tag{18}$$

Функцию f в (12) можно приближенно считать пропорциональной числу p_1 сотрудников, составляющих учебный персонал вуза; здесь r — коэффициент пропорциональности. Изменение $d\,p_{1f}$ численного состава учебного персонала происходит за время $d\,t$ из-за кадровой ротации первой группы, а изменение $d\,p_{11}$ и $d\,p_{12}$ — по причинам второй группы, связанным с величиной заработной платы.

Будем дополнительно полагать, что $d\,p_{11}$ и $d\,p_{12}$ это число лиц принятых—уволенных из организации за время $d\,t$ и, соответственно, изменивших и не изменивших при этом свою прежнюю специальность. Такое предположение вполне естественно, поскольку изменение $d\,p_{11}$ числа сотрудников, как видно из формулы (17), обусловлено различием между их реальной заработной платой и объективной потребностью в денежных средствах, что заставляет человека изменить при необходимости свою прежнюю специальность. А изменение $d\,p_{12}$ (см. формулу (18)) отражает различие между заработной платой в данной организации и других организациях (будем считать – того же профиля), что не требует при переходе из одной организации в другую изменения специальности. Настоящий подход позволяет в практических исследованиях однозначно связать причины принятия—увольнения сотрудников с соответствующими слагаемыми в формуле (15), определить по фактическим данным кадровые потоки (16–18) и найти искомые величины f, v_1, v_2.

Формулы (17), (18) содержат функцию управления M, нахождение которой требует детального анализа каждого отдельного случая приема—увольнения сотрудников. Если за исследуемый период времени вуз нуждался в пополнении штата учебного персонала, то в первом приближении можно считать $M = 1$. Однако для вычисления величины минимальной заработной платы $w_{\min}$ знать величину M не обязательно. Действительно, умножив числитель и знаменатель выражения (14) на M обнаружим, что эта функция входит в формулу (14) лишь в форме произведений $v_1\cdot M$ и $v_2\cdot M$, которые как раз и вычисляются по экспериментальным данным.

В результате проведенных на базе УрГУПС исследований было получено, что на 2002–2003 учебный год

$$r = -0{,}019\ \textit{год}^{-1},\quad v_1\cdot M = -0{,}056\ \textit{год}^{-1},\quad v_2\cdot M = 1{,}14\ \textit{год}^{-1}. \tag{19}$$

Величина коэффициента r, как и ожидалось, является отрицательной, так как преобладали деструктивные процессы увольнения по причине выхода на пенсию, неудовлетворительного состояния здоровья и т. д. Величина произведения $v_1 \cdot M$ оказалась небольшой и тоже отрицательной. Это объясняется фактическим стремлением сотрудников вузов сохранить свою специальность, несмотря на то, что их зарплата ниже денежных потребностей, а также состоянием регионального рынка труда учебного персонала. В расчетах в качестве величин w и w_0 принималась соответствующая средняя заработная плата за вычетом налогов.

Подставляя значения (19) в соотношение (14) и принимая $d = 1$, $b = 2500$ руб., $w_0 =$ 4600 руб., найдем, что в 2002–2003 учебном году средняя заработная плата учебного персонала УрГУПС должна была быть не ниже величины $w_{\min} = 4620$ руб. для обеспечения устойчивого количественного состава учебного персонала вуза (здесь величины w_0 и $w_{\min}$ даны уже без вычета налогов). Видим, $w_{\min} \approx w_0$, что и должно следовать из формулы (14) при выполнении неравенств $|r| << |v_2|$ и $|v_1| << |v_2|$ (см. значения (19)).

3. Контингент выпускников и абитуриентов

Пусть $S_u(t)$ – количество специалистов u-й специальности, составляющих потребности той или иной отрасли экономики (общества в целом) в t-м году, которое должен подготовить рассматриваемый вуз. Реальное же число выпускников u-й специальности этого вуза в t-м году равно $G_u(t)$. Если число выпускников $G_u(t)$ ниже потребностей отрасли (общества), то есть $G_u - S_u < 0$, то это ведет к неустойчивости работы отрасли и, как следствие, соответствующее состояние функционирования вуза должно рассматриваться как неустойчивое.

Обозначим через $N_u(t)$ количество абитуриентов, зачисленных на первый курс вуза по u-й специальности; здесь t — год окончания ими вуза, значит $t - 5$ есть год поступления в вуз при пятилетнем сроке обучения. Введем теперь величину $r_u(t) = 1 - G_u(t)/N_u(t)$, которая представляет собой относительное число (долю) студентов i-й специальности t-го года выпуска, на которое изменилось количество студентов, первоначально принятых в вуз, за весь период обучения. Указанное изменение количественного состава студентов разных специальностей происходит в связи с их переходом на другую специальность, отчислением за неуспеваемость, переездом на другое место жительства и т. п. Величина $r_u(t)$ может иметь как положительное, так и отрицательное значение.

Разность $1 - r_u(t)$ часто называют «коэффициентом отсева», который определяет относительное число студентов u-й специальности (от числа $N_u(t)$, ставших в t-м году выпускниками вуза. Коэффициент $r_u(t)$ отражает весь комплекс способностей студентов (интеллектуальных, нравственных, физических, психологических) к получению высшего образования и может прогнозироваться по имеющимся в вузе статистическим данным отсева учащихся.

Разность $G_u - S_u$, характеризующая устойчивость работы вуза относительно подготовки выпускников u-й специальности, может быть принята в качестве правой части уравнения (1) и при использовании коэффициента отсева записана в следующем виде:

$$F_{2u}(t) = G_u(t) - S_u(t) = [1 - r_u(t)] \cdot N_u(t) - S_u(t). \quad (20)$$

Критический параметр, соответствующий функции $F_{2u}(t)$, обозначим через $p_{2u}(t)$. В обозначениях $F_{2u}(t)$ и $p_{2u}(t)$ используется два индекса: первый индекс «2» указывает на то, что эти функции применяются для анализа устойчивости работы вуза относительно контингента выпускников, а второй индекс u указывает на специальность. С учетом сделанных обозначений уравнение (1) примет следующую форму:

$$\frac{d\,p_{2u}(t)}{dt} = G_u(t) - S_u(t). \quad (21)$$

Полагаем, что размерность функций G_u и S_u равна [*чел./год*].

Выясним смысл критического параметра $p_{2u}(t)$. С этой целью проинтегрируем уравнение (21) в произвольных пределах $[t_1, t_2]$:

$$p_{2u}(t_2) - p_{2u}(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} (G_u - S_u) \cdot dt\,. \quad (22)$$

Правая часть выражения (22) есть, очевидно, итоговая разность между числом выпускников вуза и суммарной потребностью экономики или ее отрасли в специалистах u-й специальности за период времени $[t_1, t_2]$. Другими словами, это избыток или недостаток указанных специалистов, образовавшийся за период времени $[t_1, t_2]$. Следовательно, критический параметр $p_{2u}(t)$, определенный на промежутке времени $[t_0, t]$ для некоторого начального момента времени t_0, имеет тот же смысл и выражается интегралом:

$$p_{2u}(t) = \int_{t_0}^{t} (G_u - S_u) \cdot dt\,. \qquad (23)$$

Таким образом, величина $p_{2u}(t)$ действительно является критическим параметром, адекватно описывая обеспеченность экономики (отрасли) специалистами, подготовленными данным вузом по u-й специальности.

Как и выше, границу устойчивости, а также области устойчивых и неустойчивых состояний определим соответственно условиями:

$$F_{2u} = 0,\ F_{2u} > 0,\ F_{2u} < 0. \qquad (24)$$

Запись зависимости $F_{2u}(t)$ в виде соотношения (20) с двумя факторами неустойчивости $1 - r_u$ и N_u ясно показывает, как можно подойти к решению вопроса об обеспечении устойчивой работы вуза. Действительно, следует потребовать, чтобы функция $N_u(t)$ превышала некоторое минимальное значение $N_u^{\min}(t)$:

$$N_u(t) > N_u^{\min}(t). \qquad (25)$$

Значение $N_u^{\min}(t)$ определяется равенством

$$F_{2u}(t) = (1 - r_u(t))_{\min} \cdot N_u^{\min}(t) - S_u(t) = 0 \qquad (26)$$

при условии, что для каждого t вместо величины $1 - r_u(t)$ подставляется ее оценка снизу $(1 - r_u(t))_{\min}$, найденная для задаваемого исследователем значения доверительной вероятности этой оценки (значение указанной вероятности берется, конечно же, одинаковым для всех t). Таким образом, прием на первый курс вуза по u-й специальности студентов в количестве $N_u(t)$, удовлетворяющем условию (25), с заданной доверительной вероятностью гарантирует, что количество выпускников будет не ниже величины $S_u(t)$, и обеспечивает устойчивость работы вуза относительно контингента выпускников.

Используем формулу (26) для расчета величины $N_u^{\min}(t)$ на примере выпускников специальности 210700 «Автоматика, телемеханика и связь на железнодорожном транспорте» электротехнического факультета УрГУПС (на факультете одна специальность) t = 1991–2003 годы выпуска.

Зависимость числа лиц (кривая 1), подававших заявление о приеме на факультет в $t - 5$ году, соответствующем t-му году выпуска, а также данные для величин $N_u(t)$ (кривая 2) и $G_u(t)$ (кривая 3) показаны на рис. 1. Рис. 2 демонстрирует зависимость коэффициента выпуска от года t окончания вуза студентами указанных специализаций, построенную по данным для $G_u(t)$ и $N_u(t)$.

Значения коэффициента выпуска (рис. 2) на двух отрезках времени $t \in$ [1991–1995] и $t \in$ [1998–2003] группируются в первом приближении вблизи некоторых средних уровней, характерных для каждого из отрезков. Для отрезка [1991–1995] этот средний уровень составляет $\overline{1 - r_u} = 0{,}614$, а для отрезка [1998–2003] его величина равна $\overline{1 - r_u} = 0{,}742$. Разность между этими уровнями, равная 0.128, больше суммы среднеквадратичных отклонений, найденных для значений коэффициента выпуска на первом и втором отрезках времени и составляющих $\delta_1 = 0{,}039$ и $\delta_2 = 0{,}079$ соответственно. По-видимому, выпускники 1998–2003 годов выпуска имели более высокую мотивацию для получения высшего образования и были лучше подготовлены к учебе в вузе.

Зададим величину $(1 - r_u(t))_{\min}$ на период времени $t \geq 1998$ как разность между средним значением коэффициента выпуска за период времени $t \in$ [1998–2003] и погрешностью определения указанного коэффициента, равной $1{,}6 \cdot \delta_2$

$$(1 - r_u(t))_{\min} = \overline{1 - r_u} - 1{,}6 \cdot \delta_2. \qquad (27)$$

Действительно [6], при отсутствии данных о виде закона (симметричного) распределения случайной величины следует пользоваться значением погрешности ее определения, равным $1{,}6 \cdot \delta$, где δ есть среднеквадратичное отклонение для данной случайной величины. Причем, указанной погрешности $1{,}6 \cdot \delta$ соответствует двусторонняя доверительная вероятность 90 %. Следовательно, формула (27) для симметричного распределения дает 95 %-квантиль того, что коэффициент выпуска окажется не ниже величины $(1 - r_u(t))_{\min}$.

В результате для оценки коэффициента выпуска снизу с доверительной вероятностью 0,95 получим значение

$$(1 - r_u(t))_{\min} = 0{,}616. \qquad (28)$$

Таким образом, для обеспечения устойчивой работы факультета относительно контингента выпускников в период времени $t \geq 1998$

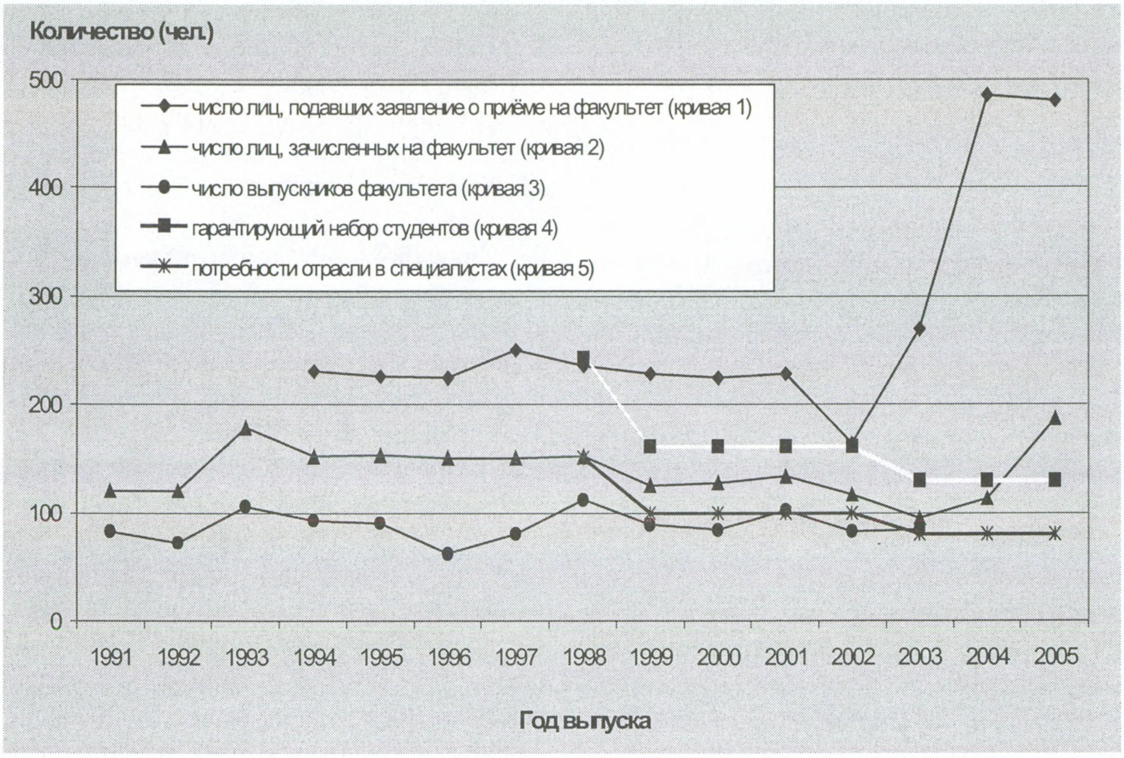
Количество (чел.)
500
400
300
200
100
0
число лиц, подавших заявление о приёме на факультет (кривая 1)
число лиц, зачисленных на факультет (кривая 2)
число выпускников факультета (кривая 3)
гарантирующий набор студентов (кривая 4)
потребности отрасли в специалистах (кривая 5)
1991
1992
1993
1994
1995
1996
1997
1998
1999
2000
2001
2002
2003
2004
2005
Год выпуска

Рис. 1

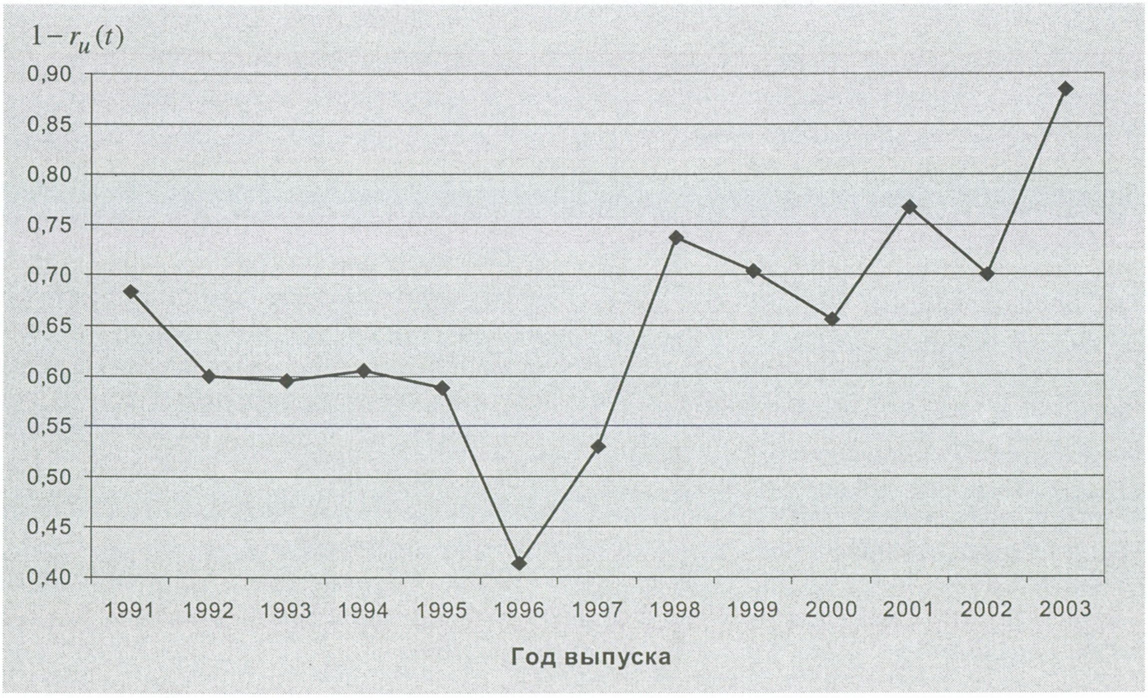
$1-r_u(t)$
0,90
0,85
0,80
0,75
0,70
0,65
0,60
0,55
0,50
0,45
0,40
1991
1992
1993
1994
1995
1996
1997
1998
1999
2000
2001
2002
2003
Год выпуска

Рис. 2